

MODEL OF A DIESEL ENGINE ALL-SPEED GOVERNOR

Janusz Bidziński

Institute of Vehicles, Warsaw University of Technology
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, Poland
tel., fax: +48 022 8490303
e-mail: jbidz@simr.pw.edu.pl

Abstract

A mathematical model of a diesel engine centrifugal all-speed governor is presented in the paper. The model is an element of an engine-governor system model designed for investigations of transition processes taking places in an agricultural tractor driving system. A model motion equation has been transformed to dimensionless form. That allows simplifying a creation of engine-governor system model. This system model affords possibilities for simulations of processes taking places during engine load and governor settings changes. Conditions of model motion stability during cooperation with engine are formulated. Principles of a model parameters assorting are presented. This assorting can be done by using an engine performance and conditions of stability in dimensionless forms. A computer program using described model has been written. Numerical simulations results of the governor model work in open system are presented. They present characteristic quantities courses succeeding sudden changes of the all-speed governor settings and under harmonic changes of the governor angular velocity.

Key words: transport, diesel engines, speed governors, transition processes, vibrations, modelling, computer simulations.

MODEL WIELOZAKRESOWEGO REGULATORA PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ SILNIKA Z ZAPŁONEM SAMOCZYNNYM

Streszczenie

W pracy jest przedstawiony model matematyczny odśrodkowego wielozakresowego regulatora prędkości obrotowej silnika z zapłonem samoczynnym. Jest on elementem modelu układu silnik-regulator przeznaczonego do badania procesów przejściowych w układzie napędowym ciągnika rolniczego. Równanie ruchu modelu zostało przekształcone do postaci bezwymiarowej, co upraszcza utworzenie modelu układu silnik-regulator. Model takiego układu umożliwi symulację procesów towarzyszących zmianom obciążenia silnika i zmianom nastawy regulatora. Zostały sformułowane warunki stateczności ruchu modelu przy współpracy z silnikiem spalinowym. Przedstawiono zasady doboru parametrów modelu przy wykorzystaniu eksploatacyjnej charakterystyki szybkościowej silnika i warunków stateczności ruchu wyrażonych w formie bezwymiarowej. Zostały przedstawione wybrane wyniki symulacji komputerowych przeprowadzonych przy wykorzystaniu programu opracowanego na podstawie modelu. Przedstawiają one przebiegi wielkości charakteryzujących pracę modelu regulatora w układzie otwartym przy skokowych zmianach nastawy oraz przy harmonicznym przebiegu prędkości obrotowej.

Słowa kluczowe: transport, silniki spalinowe, regulatory prędkości obrotowej, procesy przejściowe, drgania mechaniczne, modelowanie, symulacje komputerowe

1. Wstęp

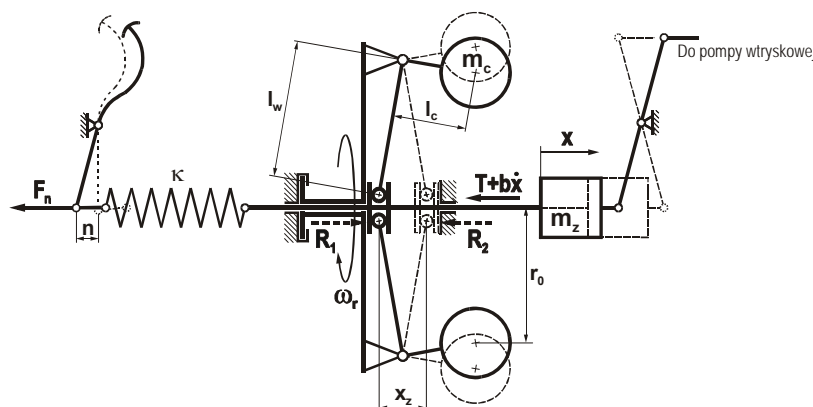
Zadaniem wielozakresowego regulatora prędkości obrotowej silnika z zapłonem samoczynnym jest sterowanie układem zasilania paliwem w taki sposób, aby prędkość obrotowa silnika przy różnych obciążeniach częściowych była w ustalonych warunkach ruchu utrzymana w wąskim przedziale wartości określonym nastawą regulatora. Nastawa ta wynika zazwyczaj z położenia pedału przyspieszenia pojazdu. Informacji o obciążeniu silnika dostarcza realizowane

w regulatorze porównanie chwilowej wartości prędkości kątowej z prędkością kątową nominalną przy danej nastawie – odpowiadająca pracy z pełnym obciążeniem. Efektem tego porównania jest sygnał sterujący układem zasilania, określający wartość dawki paliwa odpowiednią do obciążenia silnika.

Układy zasilania nowoczesnych silników zazwyczaj są sterowane za pomocą układów mikroprocesorowych, które spełniają również funkcję regulatora wielozakresowego. Spotykane są także nadal odśrodkowe regulatory mechaniczne, które były najczęściej stosowanym rozwiązaniem w starszych silnikach. Prezentowany model regulatora jest przeznaczony do współpracy z modelem silnika przedstawionym w pracy [2] – opracowanym w celu symulacji procesów przejściowych w układzie napędowym ciągnika rolniczego. W modelu tym założono sterowanie za pomocą wielozakresowego regulatora odśrodkowego ze względu na wykorzystane przy jego opracowaniu charakterystyki silnika o starszej konstrukcji.

2. Model wielozakresowego regulatora prędkości obrotowej

Schemat funkcjonalny modelu wielozakresowego odśrodkowego regulatora prędkości obrotowej silnika jest przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Schemat modelu wielozakresowego regulatora odśrodkowego
Fig. 1. Schematic diagram of an all speed governor model

Ciężarki regulatora, których łączną masę oznaczono symbolem m_c , są połączone z wirującym jarzmem i przesuwным elementem wykonawczym regulatora za pomocą dwuramiennych dźwigni o długości ramion l_c i l_w . Jarzmo i ciężarki obracają się z prędkością kątową ω_r . Zmiany prędkości kątowej powodują promieniowe przemieszczenia ciężarków pod wpływem zmian siły odśrodkowej i przesunięcie elementu wykonawczego w wyniku obrotu dźwigni. Położenie elementu wykonawczego określa współrzędna x . Jego skrajne położenia wyznaczają zderzaki. Element wykonawczy jest połączony z zastępczą masą m_z , która reprezentuje sumę jego masy i mas powiązanych z nim kinematycznie elementów sterowania pompy wtryskowej – zredukowanych na kierunek współrzędnej x . Element wykonawczy jest połączony z dźwignią pedału przyspieszenia za pomocą sprężyny o sztywności κ . Napięcie wstępne F_n tej sprężyny wynika z położenia pedału przyspieszenia, które wyznacza nastawę n regulatora. Położenie pedału zaznaczone na rys. 1 linią przerywaną odpowiada nastawie biegu jałowego silnika. Siła T przedstawia opory tarcia suchego, a współczynnik b określa opory wiskotyczne w parach kinematycznych regulatora – zredukowane na kierunek współrzędnej x .

Położenie pedału przyspieszenia, ciężarków i elementu wykonawczego regulatora zaznaczone linią ciągłą odpowiada pracy regulatora z prędkością kątową ω_m nominalną przy nastawie n , przy której siła tarcia suchego w tym położeniu jest równa zero. Napięcie sprężyny regulatora jest wówczas równe napięciu wstępnemu F_n , promień wirowania ciężarków jest równy r_0 , a element wykonawczy zajmuje położenie określone wartością współrzędnej $x=0$. Położenie elementów

regulatora przedstawione linią przerywaną odpowiada przesunięciu elementu wykonawczego o wartość x_z wynikającą z odległości między zderzakami. Prędkość kątowna jarzma przy nastawie n osiąga wówczas wartość ω_{mz} , gdy siła tarcia suchego jest równa zero. Siły R_1 i R_2 przedstawiają reakcje zderzaków działające na element wykonawczy regulatora w jego skrajnych położeniach, kiedy prędkość kątowna jarzma jest odpowiednio albo mniejsza od ω_m , albo większa od ω_{mz} .

Przyjęto, że zderzaki ograniczające przemieszczenia elementu wykonawczego są elementami sprężystymi o bardzo dużej sztywności κ_z . Ich reakcje zostały opisane wspólną zależnością:

$$R = \begin{cases} 0, & \text{gdy: } 0 \leq x \leq l; \\ R_1 = -\kappa_z x, & \text{gdy: } x < 0; \\ R_2 = -\kappa_z(x - x_z), & \text{gdy: } x > x_z. \end{cases} \quad (1)$$

Opory tarcia suchego opisano wykorzystując metodykę podaną w pracy [3]:

$$T = T_0 \nu(\dot{x}, \ddot{x}); \quad \nu = \begin{cases} \text{sign } \dot{x}, & \text{gdy: } \dot{x} \neq 0; \\ \Pi(\nu + \rho \ddot{x}), & \text{gdy: } \dot{x} = 0, \end{cases} \quad (2; 3)$$

gdzie: T_0 - wartość bezwzględna siły tarcia, gdy prędkość elementu wykonawczego $\dot{x} \neq 0$, bądź największa wartość bezwzględna jaką może osiągnąć siła tarcia, gdy $\dot{x} = 0$; ν - mnożnik siły tarcia; ρ - liczba dodatnia, w zasadzie dowolna; Π - funkcja projekcji taka, że:

$$\Pi(z) := \begin{cases} z, & \text{gdy: } |z| \leq 1; \\ \text{sign } z, & \text{gdy: } |z| > 1, \end{cases} \quad (4)$$

Założono, że wartość bezwzględna oporu tarcia T_0 jest proporcjonalna do siły odśrodkowej działającej na ciężarki regulatora zredukowanej na kierunek współrzędnej x :

$$T_0 = A m_{cx} (r_{z0} + x) \omega_r^2(t), \quad (5)$$

$$\text{gdzie:} \quad m_{cx} = m_c \left(\frac{l_c}{l_w} \right)^2; \quad r_{z0} = r_0 \frac{l_w}{l_c} \quad (6; 7)$$

oraz: A - współczynnik proporcjonalności.

Ruch elementu wykonawczego modelu regulatora można opisać – z dokładnością do małych wielkości rzędu $x_z/2l_w \ll 1$ – zlinearyzowanym równaniem różniczkowym o współczynniku przy współrzędnej przemieszczenia x zależnym od prędkości kątowej ω_r , a więc zmiennym w czasie:

$$(m_z + m_{cx})\ddot{x} + b\dot{x} + [\kappa - m_{cx}(1 - A\nu)\omega_r^2(t)]x = m_{cx}r_{z0}(1 - A\nu)\omega_r^2(t) - F_n + R, \quad (8)$$

$$\text{gdzie:} \quad \nu = \begin{cases} \text{sign } \dot{x}, & \text{gdy: } \dot{x} \neq 0; \\ \Pi \left[\frac{1}{T_0} [m_{cx}(r_{z0} + x)\omega_r^2(t) - F_n + R - \kappa x] \right], & \text{gdy: } \dot{x} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Prędkość kątowna modelu regulatora odpowiadająca w warunkach ustalonych położeniu x elementu wykonawczego, przy której wartość siły tarcia suchego $T=0$, jest opisana zależnością wynikającą z równania ruchu (8):

$$\omega_{r(u)} = \sqrt{\frac{F_n + \kappa x}{m_{cx}(r_{z0} + x)}}, \quad \text{gdym: } 0 \leq x \leq l. \quad (10)$$

Opory tarcia suchego wyznaczają wtedy przedział wartości prędkości kątowej, w którym model regulatora nie reaguje na jej zmiany. Reakcja nastąpi dopiero wtedy, kiedy wartość bezwzględna argumentu funkcji $\Pi(z)$ (4) określającej mnożnik siły tarcia przekroczy wartość $|z|=1$, a więc gdy prędkość kątowa zmieni się o wartość:

$$\Delta^+ \omega_r = \sqrt{\frac{F_n + \kappa x}{m_{cx}(r_{z0} + x)(1 - A)}} - \omega_{r(u)}, \quad \text{gdym: } \frac{d\omega_r}{dt} > 0 \wedge \omega_{rn} \leq \omega_r \leq \omega_{rnz}, \quad (11)$$

$$\Delta^- \omega_r = \omega_{r(u)} - \sqrt{\frac{F_n + \kappa x}{m_{cx}(r_{z0} + x)(1 + A)}}, \quad \text{gdym: } \frac{d\omega_r}{dt} < 0 \wedge \omega_{rn} \leq \omega_r \leq \omega_{rnz}. \quad (12)$$

Rozmiary tego przedziału określa stopień nieczułości ε regulatora [1]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta^+ \omega_r}{\omega_{r(u)}} \cong \frac{\Delta^- \omega_r}{\omega_{r(u)}} \ll 1. \quad (13)$$

Biorąc pod uwagę, że ε jest wielkością bardzo małą względem jedności, można wykazać na podstawie zależności (10 ÷ 13) następujący związek:

$$A \cong 2\varepsilon. \quad (14)$$

3. Ruch modelu regulatora i warunki stateczności przy współpracy z silnikiem spalinowym

Sygnałem wejściowym dla regulatora współpracującego z silnikiem spalinowym jest prędkość kątowa jarzma – proporcjonalna do prędkości kątowej $\dot{\phi}$ wału korbowego:

$$\omega_r = i_r \dot{\phi}, \quad (15)$$

gdzie i_r przedstawia przełożenie kinematyczne pomiędzy jarzmem regulatora i wałem korbowym silnika.

Sygnałem sterującym jest nastawa regulatora. Przyjęto za miarę tego sygnału prędkość kątową jarzma ω_m nominalną przy nastawie n , przy której element wykonawczy zajmuje w stanie równowagi statycznej położenie $x=0$ i jednocześnie siła tarcia suchego w tym położeniu $T=0$. Prędkości tej odpowiada nominalna przy nastawie n prędkość kątowa silnika ω_n [2]. Jest ona opisana wzorem, który wynika z zależności (10); (15):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{F_n}{m_{cx} r_{z0} i_r^2}}. \quad (16)$$

Wynikają z niej następujące związki:

$$r_{z0} = \frac{F_N}{m_{cx} \omega_N^2 i_r^2}; \quad F_n = F_N \frac{\omega_n^2}{\omega_N^2}, \quad (17; 18)$$

gdzie: ω_N – prędkość kątowna silnika przy mocy znamionowej, F_N – napięcie wstępne sprężyny regulatora przy nastawie właściwej dla mocy znamionowej.

Regulator osiąga stan równowagi statycznej, w którym siła tarcia oscyluje wokół wartości praktycznie równej zero, po dostatecznie długim okresie pracy silnika w ustalonych warunkach ruchu. Element wykonawczy zajmuje wówczas położenie – nazywane dalej ustalonym – opisane zależnością wynikająca z równania ruchu (8), która przy uwzględnieniu związków (15 ÷ 18) przybiera postać:

$$x_u = \frac{\frac{F_N}{\omega_N^2} [\omega_s^2 - \omega_n^2]}{\kappa - m_{cx} i_r^2 \omega_s^2} \quad (19)$$

Poprawna współpraca regulatora z silnikiem wymaga, aby jego ruch był stateczny statycznie i dynamicznie w całym zakresie dopuszczalnych nastaw oraz prędkości kątowych silnika:

$$\omega_{s \min} \leq \omega_s \leq \omega_{s \max} \quad (20)$$

gdzie: $\omega_{s \min}$ – prędkość biegu jałowego silnika, $\omega_{s \max}$ – największa prędkość kątowna silnika podczas biegu luzem przy nastawie regulatora właściwej dla mocy znamionowej.

Stateczność statyczna regulatora jest zapewniona, jeżeli w ruchu ustalonym silnika większym wartościom prędkości kątowej ω_s z zakresu:

$$\omega_n \leq \omega_s \leq \frac{\omega_{rnz}}{i_r} \quad (21)$$

odpowiada większa wartość promienia wirowania ciężarków, a zatem większe przesunięcie elementu wykonawczego [1]. Z zależności (19) wynika zatem warunek stateczności statycznej:

$$\kappa > m_{cx} i_r^2 \omega_{s \max}^2 \quad (22)$$

Stateczność ruchu regulatora w sensie dynamicznym wymaga, aby małe zaburzenia warunków początkowych nie powodowały radykalnej zmiany ruchu elementu wykonawczego. Prędkość kątowna wału korbowego jest natomiast zmienna w czasie nawet w ustalonych warunkach ruchu silnika – w wyniku pulsacji działającego na wał wypadkowego momentu obrotowego od sił gazowych i sił bezwładności generowanych w ruchu posuwisto-zwrotnym elementów układu tłokowo-korbowego. Jej przebieg można przedstawić jako sumę prędkości kątowej ω_s ruchu podstawowego wału korbowego – nazywanej dalej umownie prędkością kątowną silnika – i małych oscylacji δ_ω [2]:

$$\dot{\varphi} = \omega_s + \delta_\omega ; \quad \frac{\delta_\omega}{\omega_s} \ll 1 \quad (23; 24)$$

Ruch modelu regulatora można rozpatrywać jako złożenie ruchu podstawowego wynikającego z przebiegu prędkości kątowej silnika ω_s i zaburzeń wywołanych oscylacjami δ_ω :

$$x = \tilde{x} + \xi ,$$

gdzie: \tilde{x} - przemieszczenie elementu wykonawczego w ruchu podstawowym,
 ξ - zaburzenie ruchu podstawowego.

Równanie ruchu podstawowego ma postać analogiczną do równania (8). Można je przedstawić, uwzględniając związki (14 ÷ 18), w następującej wygodniejszej do analizy postaci:

$$(m_z + m_{cx})\ddot{\tilde{x}} + b\dot{\tilde{x}} + [\kappa - m_{cx}i_r^2(1 - 2\varepsilon\nu)\omega_s^2]\tilde{x} = \frac{F_N}{\omega_N^2}[(1 - 2\varepsilon\nu)\omega_s^2 - \omega_n^2] + R, \quad (25)$$

gdzie:

$$v = \begin{cases} \text{sign } \dot{\tilde{x}}, & \text{gdym: } \dot{\tilde{x}} \neq 0; \\ \Pi \left[\frac{\frac{F_N}{\omega_N^2}(\omega_s^2 - \omega_n^2) - (\kappa - m_{cx}i_r^2\omega_s^2)\tilde{x} + R}{2\varepsilon\omega_s^2 \left(\frac{F_N}{\omega_N^2} + m_{cx}i_r^2\tilde{x} \right)} \right], & \text{gdym: } \dot{\tilde{x}} = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Zaburzenia ruchu podstawowego opisuje z dokładnością do małych wielkości rzędu ε , δ_ω/ω_s równanie:

$$(m_z + m_{cx})\ddot{\xi} + b\dot{\xi} + \left[\kappa - m_{cx}i_r^2\omega_s^2 \left(1 + 2\frac{\delta_\omega}{\omega_s} \right) \right] \xi = 2\omega_s^2 \frac{\delta_\omega}{\omega_s} \left[\frac{F_N}{\omega_N^2} + m_{cx}i_r^2\tilde{x} \right]. \quad (27)$$

W ustalonych warunkach ruchu silnika oscylacje δ_ω mają charakter okresowy. Ich przebieg można wtedy przedstawić w formie rozwinięcia w szereg Fouriera:

$$\delta_\omega(t) = \omega_s \sum_{i=1}^k \alpha_i \sin(v_{si}t + \theta_i), \quad (28)$$

gdzie:

$$\alpha_i = \frac{a_i}{\omega_s} \ll 1; \quad v_{si} = i v_s = i \frac{c}{n} \omega_s \quad (29; 30)$$

oraz: a_i - amplituda i -tej harmonicznej przebiegu oscylacji prędkości kątowej; v_{si} - częstość i -tej hamonicznej; θ_i - kąt przesunięcia fazowego i -tej harmonicznej; c - liczba cylindrów silnika; $n=2$ dla silnika czterosuwowego, $n=1$ dla silnika dwusuwowego [1].

Równanie zaburzeń przyjmuje wówczas postać:

$$(m_z + m_{cx})\ddot{\xi} + b\dot{\xi} + \left[\kappa - m_{cx}i_r^2\omega_s^2 \left(1 + 2\sum_{i=1}^k \alpha_i \sin(v_{si}t + \theta_i) \right) \right] \xi = 2 \left[\frac{F_N}{\omega_N^2} + m_{cx}i_r^2\tilde{x} \right] \omega_s^2 \sum_{i=1}^k \alpha_i \sin(v_{si}t + \theta_i). \quad (31)$$

Wynika z niego, że w ruchu ustalonym silnika element wykonawczy regulatora jest pod-dany okresowemu wymuszeniu bezwładnościowemu, które jest efektem oscylacji prędkości kątowej wału korbowego. Współczynnik równania przy współrzędnej przemieszczenia ξ jest okresowo zmienny w czasie, przy czym lewa strona równania ma postać analogiczną do równania Mathieu. Ruch układu, który jest opisany takim równaniem, może być niestateczny w przypadku rezonansów drgań wymuszonych bezwładnościowo przez poszczególne harmoniczne przebiegu prędkości kątowej i w wyniku rezonansu parametrycznego [4], [5]. Stateczność ruchu regulatora wymaga zatem spełnienia warunków, przy których pulsacje prędkości kątowej nie powodują tych rezonansów.

Ze względu na rezonanse drgań wymuszonych bezwładnościowo częstość drgań swobodnych elementu wykonawczego regulatora powinna zdecydowanie różnić się od częstości dominujących składowych harmonicznych przebiegu oscylacji prędkości kątowej silnika. Częstość drgań

swobodnych modelu regulatora – przy słabym tłumieniu i pominięciu tarcia suchego – wyraża się zależnością:

$$v_r = \sqrt{\frac{\kappa - m_{cx} i_r^2 \omega_s^2}{m_z + m_{cx}}} (1 - \gamma^2), \quad (32)$$

gdzie γ przedstawia stopień tłumienia wiskotycznego:

$$\gamma = \frac{b}{2\sqrt{(\kappa - m_{cx} i_r^2 \omega_s^2)(m_z + m_{cx})}} < 1. \quad (33)$$

Częstość ta zmniejsza się wraz ze wzrostem prędkości kątowej silnika.

W przypadku wielocylindrowego rzędowego silnika czterosuwowego liczące się amplitudy posiadają pierwsze dwie harmoniczne o częstościach:

$$v_{s1} = \frac{c}{2} \omega_s; \quad v_{s2} = c \omega_s, \quad (33; 34)$$

Zakresy dopuszczalnych częstości drgań swobodnych nietłumionych v_{rw} (własnych) modelu regulatora, w których amplitudy drgań wymuszonych elementu wykonawczego nie osiągają nadmiernych wartości w całym zakresie pracy silnika, można wyznaczyć, zakładając bezpieczną wartość współczynnika wzmocnienia drgań. W przypadku drgań wymuszonych bezwładnościowo bardzo słabo tłumionych można go opisać następująco [5]:

$$k_i \cong \frac{v_{si}^2}{|v_{rw}^2 - v_{si}^2|}, \quad i = 1, 2. \quad (35)$$

Na podstawie zależności (33 ÷ 35) zostały sformułowane – przy pominięciu tłumienia – następujące alternatywne warunki stateczności ruchu ze względu na rezonanse drgań wymuszonych:

$$1. \quad v_{rw}(\omega_{smin}) \leq v_{s1min} \sqrt{1 - \frac{1}{k_1}} = \frac{c \omega_{smin}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{k_1}}, \quad k_1 > 1, \quad (36)$$

2.

albo

$$3. \quad v_{rw}(\omega_{smax}) \geq v_{s2max} \sqrt{1 + \frac{1}{k_2}} = c \omega_{smax} \sqrt{1 + \frac{1}{k_2}}, \quad (37)$$

4.

gdzie: $v_{rw}(\omega_{smax})$; $v_{rw}(\omega_{smin})$ - częstości drgań swobodnych nietłumionych modelu regulatora przy największej i najmniejszej dopuszczalnej prędkości kątowej silnika.

Warunek 2 jest trudny do praktycznej realizacji ze względu na wymaganą bardzo dużą wartość częstości drgań własnych, szczególnie przy większej liczbie cylindrów.

Rezonanse parametryczne mogą wystąpić w otoczeniu tych prędkości kątowych silnika, przy których częstości v_{si} składowych harmonicznym przebiegu oscylacji pozostają w następującym stosunku do częstości drgań własnych [4], [5]:

$$\frac{v_{si}}{v_{rw}} = 2, 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \dots \quad (38)$$

Podstawowy (pierwszy) rezonans parametryczny może wystąpić w pobliżu prędkości, przy których $v_{si}=2v_{rw}$. Rezonanse parametryczne rzędu wyższego niż drugi są mniej niebezpieczne, ze względu na silniejszy wpływ tłumienia na rozmiary związanych z nimi obszarów niestateczności ruchu. Z tego względu częstość drgań własnych powinna spełniać warunek:

$$5. \quad v_{rw}(\omega_{s \min}) < \frac{v_{s1 \min}}{2} = \frac{c\omega_{s \min}}{4}. \quad (39)$$

6.

Może on jednak kolidować z warunkiem stateczności statycznej. Ze względu na rozmiary obszarów niestateczności parametrycznej jest ponadto pożądane, aby amplituda zmian wartości współczynnika równania zaburzeń (31) przy współrzędnej ξ była niewielka. Wartość wyrażenia

$$\kappa - m_{cx} \tilde{\omega}_s^2 i_r^2 \quad (40)$$

powinna być w związku z tym duża. Małym wartościom częstości drgań własnych odpowiadają natomiast małe wartości tego wyrażenia. Można w związku tym przyjąć warunek:

$$7. \quad \frac{v_{s1 \min}}{2} = \frac{c\omega_{s \min}}{4} < v_{rw}(\omega_{s \min}) < \frac{v_{s2 \min}}{2} = v_{s1 \min} = \frac{c\omega_{s \min}}{2}. \quad (41)$$

8.

Należy się jednak wtedy liczyć z możliwością wystąpienia nieharmonicznych przebiegów przemieszczenia elementu wykonawczego przy małych prędkościach kątowych silnika.

Uwzględniając warunki 1 i 4 przyjęto ostatecznie, że ze względu na stateczność dynamiczną modelu regulatora wartość częstości jego drgań własnych powinna zawierać się w przedziale:

$$\frac{c\omega_{s \min}}{4} < v_{rw}(\omega_{s \min}) < \frac{c\omega_{s \min}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{k_l}}, \quad k_l > 1. \quad (42)$$

4. Równanie ruchu podstawowego modelu regulatora w formie bezwymiarowej

Badania symulacyjne procesów przejściowych w układzie napędowym pojazdu są zazwyczaj prowadzone przy zastosowaniu modelu silnika, w którym oscylacje prędkości kątowej wału korbowego są pomijane. Można wówczas wykorzystać równanie ruchu podstawowego regulatora (25; 26). Powiązanie tego równania z modelem silnika jest łatwiejsze, jeżeli zostanie ono przedstawione w formie bezwymiarowej. Taka forma pozwala również oszacować parametry regulatora bez szczegółowej znajomości jego konstrukcji na podstawie charakterystyki regulatorowej silnika.

W celu określenia bezwymiarowego czasu, mas elementów regulatora i przemieszczenia elementu wykonawczego przyjęto następujące wartości odniesienia:

$$t_o = \frac{1}{\omega_N}; \quad m_o = m_z + m_{cx}; \quad l_o = x_z. \quad (43; 44; 45)$$

Wielkości wyrażone bezwymiarowo, z wyjątkiem bezwymiarowego czasu τ , zostały oznaczone poziomą kreską nad symbolem. Równanie ruchu podstawowego elementu wykonawczego w formie bezwymiarowej ma postać:

$$\ddot{\bar{x}} + \bar{b}\dot{\bar{x}} + [\bar{k} - \bar{m}_{cx}\bar{\omega}_s^2 i_r^2 (1 - 2\varepsilon\nu)]\bar{x} = \bar{F}_N [\bar{\omega}_s^2 (1 - 2\varepsilon\nu) - \bar{\omega}_n^2] + \bar{R}, \quad (46)$$

gdzie:

$$v = \begin{cases} \text{sign}(\dot{\bar{x}}), & \text{gdy : } \dot{\bar{x}} \neq 0; \\ \Pi \left[\frac{\bar{F}_N (\bar{\omega}_s^2 - \bar{\omega}_n^2) - (\kappa - \bar{m}_{cx} i_r^2 \bar{\omega}_s^2) \bar{x} + \bar{R}}{\varepsilon \bar{\omega}_s^2 (\bar{F}_N + \bar{m}_{cx} i_r^2 \bar{x})} \right], & \text{gdy : } \dot{\bar{x}} = 0. \end{cases} \quad (47)$$

$$\tau = \frac{t}{t_o} = t \omega_N; \quad \bar{\omega}_s = \frac{\omega_s}{\omega_N}; \quad (48; 49)$$

$$\bar{x} = \frac{\tilde{x}}{x_z}; \quad \dot{\bar{x}} = \frac{d\bar{x}}{d\tau} = \frac{\dot{\tilde{x}}}{x_z \omega_N}; \quad \ddot{\bar{x}} = \frac{d^2 \bar{x}}{d\tau^2} = \frac{\ddot{\tilde{x}}}{x_z \omega_N^2}; \quad (50; 51; 52)$$

$$\bar{m}_{cx} = \frac{m_{cx}}{m_z + m_{cx}}; \quad \bar{b} = \frac{b}{(m_z + m_{cx}) \omega_N}; \quad \bar{\kappa} = \frac{\kappa}{(m_{cx} + m_z) \omega_N^2}; \quad \bar{\kappa}_z = \frac{\kappa_z}{(m_z + m_{cx}) \omega_N^2}; \quad (53 \div 54)$$

$$\bar{F}_N = \frac{F_N}{(m_z + m_{cx}) x_z \omega_N^2}; \quad \bar{R} = \begin{cases} 0, & \text{gdy : } 0 \leq \bar{x} \leq 1; \\ -\bar{\kappa}_z \bar{x}, & \text{gdy : } \bar{x} < 0; \\ -\bar{\kappa}_z (\bar{x} - 1), & \text{gdy : } \bar{x} > 1, \end{cases} \quad (55; 56)$$

5. Zasady doboru parametrów modelu

Bezwymiarową sztywność sprężyny modelu regulatora można oszacować – przy danej liczbie cylindrów silnika i znanym stosunku mas elementów – na podstawie warunków stateczności ruchu. Z warunku stateczności dynamicznej (42) wyrażonego w formie bezwymiarowej wynika następujący przedział dopuszczalnych wartości bezwymiarowych sprężyny:

$$\bar{\omega}_{s \min}^2 \left(\frac{1}{16} c^2 (\bar{m}_z + \bar{m}_{cx}) + \bar{m}_{cx} i_r^2 \right) < \bar{\kappa} < \bar{\omega}_{s \min}^2 \left(\frac{1}{4} c^2 (\bar{m}_z + \bar{m}_{cx}) \left(1 - \frac{1}{k_l} \right) + \bar{m}_{cx} i_r^2 \right), \quad k_l > 1. \quad (57)$$

Zakładając, masa ciężarków regulatora zredukowana na kierunek współrzędnej położenia elementu wykonawczego jest zbliżona do zastępczej masy tego elementu, można na przykład przyjąć: $\bar{m}_z = \bar{m}_{cx} = 0,5$. Przełożenie między jazmem regulatora i wałem korbowym w silniku czterosuwowym wynosi zazwyczaj $i_r = 0,5$. Dobrana wartość sztywności musi spełniać również warunek stateczności statycznej, co zazwyczaj zachodzi przy tak określonym przedziale.

Bezwymiarowa siła napięcia wstępnego sprężyny przy nastawie mocy znamionowej może być wyznaczona na podstawie przebiegu jednostkowej dawki paliwa $q(\omega_s)$ odpowiadającego gałęzi regulatorowej eksploatacyjnej charakterystyki szybkościowej silnika. Na podstawie tego przebiegu można oszacować wartość prędkości kątowej $\bar{\omega}_{Nz}$, przy której jednostkowa dawka paliwa spada do zera. Prędkości tej odpowiada bezwymiarowe położenie ustalone elementu wykonawczego modelu regulatora równe jedności. Wartość bezwymiarowa siły napięcia wstępnego sprężyny jest wtedy opisana wzorem, który wynika z zależności (19) opisującej położenie ustalone elementu wykonawczego regulatora:

$$\bar{F}_N = \frac{\bar{\kappa} - \bar{m}_{cx} \bar{\omega}_{Nz}^2 i_r^2}{\bar{\omega}_{Nz}^2 - 1}. \quad (58)$$

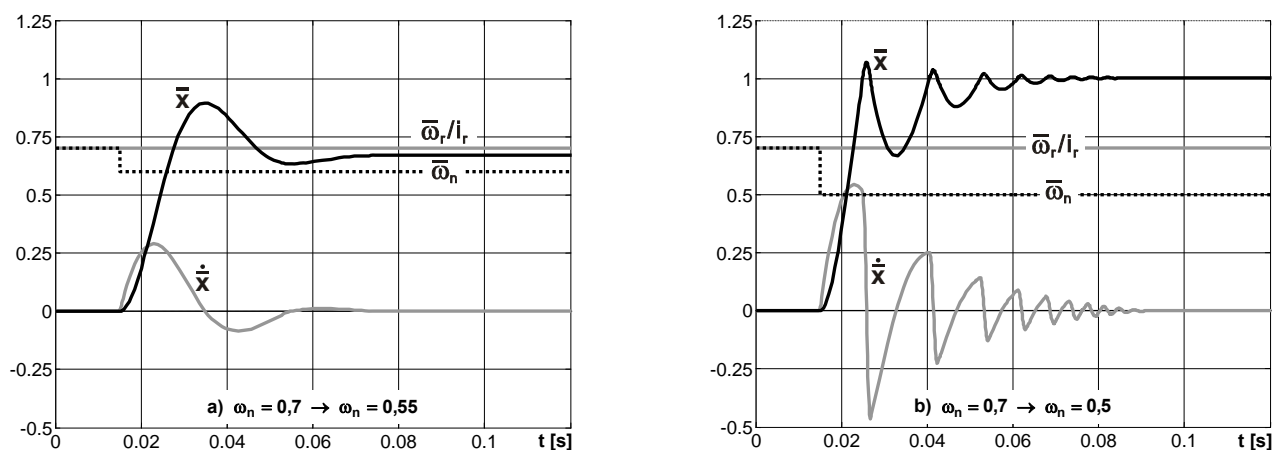
Wartość współczynnika oporu wiskotycznego można określić – zakładając wartość stopnia tłumienia γ zdecydowanie mniejszą od krytycznego – na podstawie zależności (33) przekształconej do postaci:

$$\bar{b} = 2\gamma \sqrt{\bar{\kappa} - \bar{m}_{cx} \bar{\omega}_s^2 i_r^2}. \quad (59)$$

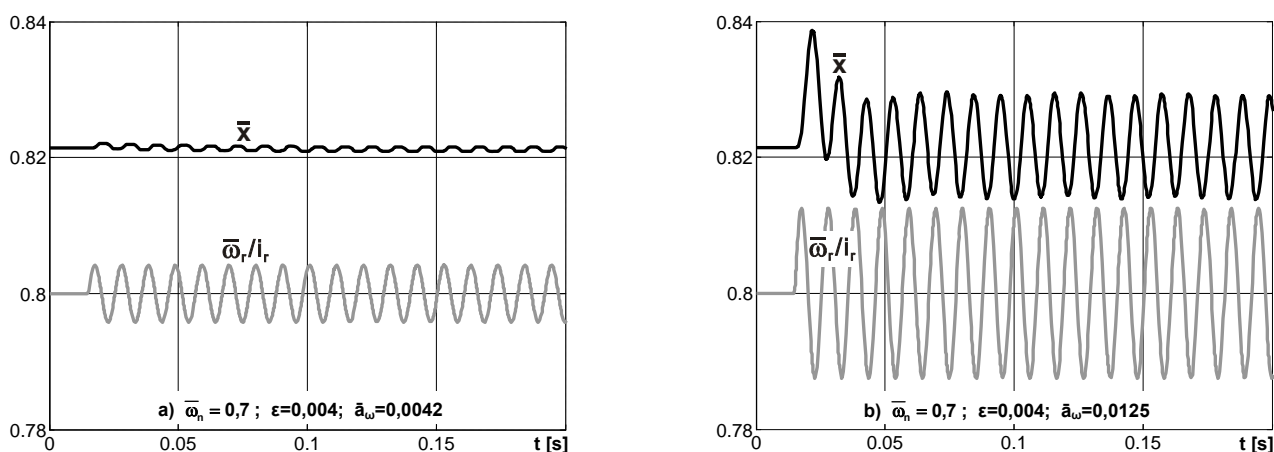
Stopień nieczułości ε modelu regulatora można oszacować, przyjmując, że nie powinien on reagować na pulsacje prędkości obrotowej silnika rzędu kilku do kilkunastu obrotów na minutę.

6. Odpowiedzi modelu regulatora na przebiegi sygnałów sterującego i wejściowego

Działanie modelu regulatora w układzie otwartym, kiedy ruch silnika nie ma wpływu na prędkość kątową ciężarków, zostało sprawdzone metodą symulacji komputerowej. W tym celu opracowano na podstawie modelu program przewidziany do stosowania z oprogramowaniem Matlab 6.5 f-my MathWorks, Inc. Parametry modelu zostały dobrane według zasad podanych w pkt 5. Założono przy tym jego współpracę z modelem silnika 6-cio cylindrowego, w którego opracowaniu wykorzystano charakterystykę uniwersalną silnika ciągnika Fendt Farmer 312 LSA [2]. Przykłady odpowiedzi modelu regulatora na zmiany sygnału sterującego i wejściowego są zamieszczone na rys. 2 i rys. 3. Wszystkie wielkości z wyjątkiem czasu są przedstawione w formie bezwymiarowej.



Rys. 2. Przebiegi prędkości i przemieszczenia elementu wykonawczego przy skokowym zmniejszeniu wartości ω_n
 Fig.2. Courses of governor operate element speed and displacement under jumps of value ω_n



Rys. 3. Przebiegi przemieszczenia elementu wykonawczego przy harmonicznym przebiegach ω_r z częstością ν_{s1}
 Fig.3. Runs of governor operate element displacement under harmonic courses of ω_r with frequency ν_{s1}

Dwa przypadki skokowego zmniejszenia prędkości kątowej ω_n nominalnej przy nastawie n – przy stałej prędkości kątowej ω_r jarzma regulatora – są przedstawione na rys. 2. Zmiana nastawy przedstawiona na rys 2.a wywołuje ruch przejściowy elementu wykonawczego, podczas którego maksymalne przemieszczenie bezwymiarowe tego elementu nie osiąga jedności. W tym

przypadku model reaguje jak typowy układ mechaniczny drugiego rzędu z tłumieniem wiskotycznym i tarcie suchym. Opory tarcia powodują zakończenie procesu przejściowego przy położeniu elementu wykonawczego, które nieznacznie różni się od położenia swobodnego tego elementu przy zmienionej nastawie. Zmiana nastawy przedstawiona na rys. 2b wymaga przesunięcia elementu wykonawczego od zderzaka wyznaczającego położenie $\bar{x} = 0$ do zderzaka ograniczającego przemieszczenie maksymalne. Proces przejściowy odznacza się wtedy serią coraz słabszych uderzeń elementu wykonawczego w zderzak (przejście przez położenie $\bar{x} = 1$), co za każdym razem powoduje gwałtowną zmianę zwrotu prędkości przemieszczenia.

Zwiększanie wartości sygnału sterującego powoduje przeciwnie niż na rys. 2 przemieszczenia elementu wykonawczego. Przebiegi odpowiedzi regulatora mają natomiast analogiczne cechy, w związku z czym nie zostały zaprezentowane.

Odpowiedzi modelu na harmoniczny sygnał wejściowy – przy stałej nastawie regulatora – są zamieszczone na rys. 3. Częstość przebiegu prędkości kątowej ω_r jarzma w obu prezentowanych przykładach jest równa częstości pierwszej harmonicznej v_{s1} przebiegu prędkości silnika przewidzianego do współpracy z regulatorem. Amplituda \bar{a}_ω przebiegu prędkości kątowej przedstawionego na rys. 3a nieznacznie przekracza stopień nieczułości regulatora ε . Tarcie suche ogranicza w tym przypadku amplitudę drgań elementu wykonawczego. Przebieg przemieszczenia odznacza się charakterystycznymi dla układów z tarcie suchym przedziałami czasu, w których położenie elementu wykonawczego nie zmienia się. Amplituda przebiegu prędkości kątowej przedstawionego na rys. 3b jest trzykrotnie większa od stopnia nieczułości regulatora. Przebieg przemieszczenia elementu wykonawczego nie wykazuje cech niestateczności ruchu. Po krótkotrwałym stanie przejściowym występują jedynie ustalone drgania wymuszone bezwładnościowo. Współczynnik wzmocnienia tych drgań oszacowany na podstawie wyniku symulacji wynosi około 1,07. W przypadku obu prezentowanych przykładów obserwuje się nieznaczne opóźnienie reakcji regulatora względem chwili rozpoczęcia harmonicznych zmian prędkości.

7. Podsumowanie

Wyniki badań symulacyjnych wskazują, że model poprawnie odwzorowuje podstawowe własności regulatora wielozakresowego. Dobór parametrów według zasad przedstawionych w pkt 5 zapewnia stateczność jego ruchu.

Stała czasowa regulatora jest bardzo mała, wielokrotnie mniejsza od stałej czasowej silnika jako układu mechanicznego. W wielu zagadnieniach symulacji stanów nieustalonych pojazdu można w związku z tym pominąć w modelu układu silnik-regulator własności dynamiczne regulatora. Można wtedy wykorzystać zależność (19) opisującą położenie ustalone elementu wykonawczego. W celu zachowania realnych relacji pomiędzy wartościami parametrów regulatora występujących w tej zależności powinno się jednak przy ich doborze uwzględnić warunki stateczności ruchu. Należy się również liczyć z nieco wcześniejszą reakcją modelu układu silnik-regulator na zmiany obciążenia w wyniku pominięcia nieczułości regulatora na małe zmiany prędkości obrotowej.

Literatura

- [1] Bernhardt, M., Dobrzański, S., Loth, E., *Silniki samochodowe*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1965.
- [2] Bidziński, J., *Model of a diesel engine for computer simulations of transition processes in an agricultural tractor driving system*, w niniejszym zbiorze referatów.
- [3] Grzesikiewicz, W., *Dynamika układów mechanicznych z więzami*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1990.

- [4] Szemplińska-Stupnicka, W., *Zagadnienia drgań parametrycznych w dynamice maszyn*, Współczesne Zagadnienia Dynamiki Maszyn, pp. 219-295, Ossolineum, Polska Akademia Nauk 1976.
- [5] Ziemia, S., *Analiza drgań*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1957.